平成１６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験
［数理科学コース専門科目］試験問題の注意事項

問題１から問題４の中から２つの問題を選択して、解答すること。

平成１６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数理科学コース専門科目］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題１

連立微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(1-x^2-y^2) - y \\ \dfrac{dy}{dt} = y(1-x^2-y^2) + x \end{cases}$$

を考える．

(1) 極座標変換

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$$

によって，与えられた連立微分方程式を未知関数 r, θ の連立微分方程式に変換せよ．

(2) 与えられた連立微分方程式を初期条件

$$x(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad y(0) = 0$$

のもとで解き，xy 平面に $0 \leq t < \infty$ の範囲で解軌道の概形を描け．

平成１６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

[数理科学コース専門科目] 試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

[数理専門－２]

問題２

次の定積分の値を留数定理を用いて求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4+1}$

(2) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \frac{d\theta}{1-2a\cos\theta+a^2}$

ただし，$0<a<1$ とする．積分変数の変換 $z=e^{i\theta}$ を用いよ．

平成１６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数理科学コース専門科目］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

［数理専門－３］

問題３

$a > 0$ とし，$[-\pi, \pi]$ 上の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{ax} + \frac{1}{2}e^{-ax}, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

と定義する．

(1) $f(x)$ のフーリエ係数：

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots.)$$

を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ を求めよ．

平成１６年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

[数理科学コース専門科目] 試験問題

受 験 番 号	志望学科・コース
	学 科 コース

問題４

2 次元確率変数 (X, Y) の確率密度関数が

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(y-x)e^{-y}, & y > 0 \text{ かつ } -y \leq x \leq y \text{ のとき} \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

であるとする．このとき以下の設問に答えよ．

(1) $|X|$ の期待値 $E[|X|]$ を求めよ．

(2) 条件付確率 $P(0 < Y \leq 2X | X > 0)$ を求めよ．