平成１５年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数理科学コース専門科目］試験問題の注意事項

問題１から問題４の中から２つの問題を選択して、解答すること。

平成１５年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［　数理科学コース専門科目　］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題　1

a, b は正の定数, c は実数である.

$u = u(t), v = v(t)$ は次の微分方程式と初期条件を満たす.

$$\begin{cases} u' = au + v \\ v' = av + e^{-bt} \end{cases} \quad (0 < t < \infty) \quad ' = \frac{d}{dt}$$

$$\begin{cases} u(0) = c \\ v(0) = 0 \end{cases}$$

(1) $w = w(t) = u(t) - tv(t)$ がみたす微分方程式を導け.

(2) $w(t)$ を求めよ.

(3) 十分大きい数 M をとると, $0 \leq t < \infty$ において, $|w(t)| \leq M$ が成り立つように c を定めよ.

(4) 上のように c を定めるとき $w(t)$ の $0 \leq t < \infty$ における最大値を求めよ.

平成15年度　大阪大学基礎工学部編入学試験

［数理科学コース専門科目］試験問題

受験番号	志望学科・コース
	学科 コース

問題　2

複素変数の関数

$f(z)=\dfrac{1-|z|^2}{|1-z|^2}$ について次の問いに答えよ.

(1) $g(r,\theta)=f(r(\cos\theta+i\sin\theta))$ とする.

$0<r<1$ なる r を固定するとき, $-\pi\leq\theta\leq\pi$ の範囲で $g(r,\theta)$ の最大値, 最小値を求めよ.

(2) $c>0$ は定数とする. 曲線 $f(x+iy)=c$ の方程式を実変数 x,y についてできるだけ簡単な形で求めよ. またこの曲線を x,y 平面に図示せよ.

(3) 定数 c が正の数全体を動くとき, 上の曲線が通過する点全体の集合を x,y 平面に図示せよ.

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題　３

級数の部分和

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \cos(kx), \quad (\, x \in [0, 2\pi) \,)$$

を考える.

(1)　$x \neq 0$ のとき

$$f_n(x) = \frac{\sin\frac{nx}{2}\cos\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$$

であることを示せ.

(2) 関数 $F_n(x)$ を $j = 0, 1, \ldots, n-1$ に対して

$$F_n(x) = f_n(\tfrac{2\pi j}{n}), \qquad \tfrac{2\pi j}{n} \leq x < \tfrac{2\pi(j+1)}{n},$$

で定義するとき

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^{2\pi} e^{-x}\, F_n(x)\, dx$$

を求めよ.

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題　４

表の出る確率が θ $(0<\theta<1)$ のコインを２回投げる試行において、確率変数 X_i $(i=1,2)$ を

$$X_i = \begin{cases} 1 & i \text{ 回目の試行で表がでる} \\ 0 & i \text{ 回目の試行で裏がでる} \end{cases}$$

で定義する．$0<a<1$ に対して $T(a)=aX_1+(1-a)X_2$ とするとき次の問いに答えよ．

(1) $T(a)$ の平均 $E\{T(a)\}$ と分散 $V\{T(a)\}$ を求め、$V\{T(a)\}$ を最小にする a の値を求めよ．

(2) 新しい確率変数 Y_1 と Y_2 を $T(\frac{1}{2})=0$ のとき $Y_1=Y_2=0$, $T(\frac{1}{2})=1$ のとき $Y_1=Y_2=1$ と定義し、$T(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$ のときは、表の出る確率が $\frac{1}{2}$ であるコインを投げて表が出たら $Y_1=1$, $Y_2=0$, 裏が出たら $Y_1=0$, $Y_2=1$ と定義する．$A_{ij}=P(X_1=i,\ X_2=j)\ -\ P(Y_1=i,\ Y_2=j)$ とおくとき、$A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ を求めよ．