

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題 1

関数 $a(t), b(t)$ はある区間 I で連続であり、関数 $x_1(t) \neq 0$ は 2 階線形常微分方程式

$$x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$$

の区間 I における解である。このとき

- (1) 下の関数 $x_2(t)$ もまた区間 I における解であることを示せ。

$$x_2(t) = x_1(t) \int_{t_0}^t \frac{1}{\{x_1(\tau)\}^2} \exp\left(-\int_{t_0}^{\tau} a(s)ds\right) d\tau.$$

- (2) 2 つの解 $x_1(t), x_2(t)$ は互いに独立であることを示せ。

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題 2

C は複素数平面上の円 $|z - i| = 1$ を表すとするとき、次の複素積分を求めよ。

$$(1) \int_C \frac{1}{z-i} dz + \int_C \frac{1}{z+i} dz.$$

$$(2) \int_C \frac{1}{(z-i)^2} dz + \int_C \frac{i}{(z-i)(z+2i)} dz.$$

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題 3

区間 $(0, \infty)$ 上で定義された実数値関数 $x(t)$ が次の積分方程式

$$x(t) = \int_0^t \sin(2(t-u)) \cdot x(u) du + t$$

を満たすとする。このとき、 $x(t)$ を求めよ。

(問題 1、問題 2、問題 3、問題 4 の中から 2 問題を選んで解答すること)

受験番号	志望学科・コース
	学科
	コース

問題 4

X, Y は独立で、いずれも平均 0, 分散 σ^2 を持つ確率変数であり、 s, t, λ は実定数とする。2 つの確率変数

$$S = X \cos \lambda s + Y \sin \lambda s, \quad T = X \cos \lambda(s+t) + Y \sin \lambda(s+t)$$

を考えると、次の問に答えよ。

- (1) S, T の平均、分散、共分散を求めよ。
- (2) S, T の相関係数を求めよ。

(問題 1、問題 2、問題 3、問題 4 の中から 2 問題を選んで解答すること)